

PRÁCTICA 2

PROBABILIDAD CONDICIONAL E INDEPENDENCIA

Ejercicio 1. En la sección de productos lácteos de un hipermercado se encuentran 150 litros de leche, 100 de los cuales son frescos y los restantes son del día anterior.

- i) Si se seleccionan dos litros, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean frescos?
- ii) ¿Cuál es la probabilidad condicional de que ambos sean frescos, dado que por lo menos uno de ellos es fresco?

Ejercicio 2. Se lanza dos veces un dado honesto y se anotan los resultados obtenidos. ¿Cuál es la probabilidad (condicional) de que la suma de los dos dados sea siete, dado que:

- i) la suma es impar,
- ii) la suma es mayor que seis,
- iii) el resultado del primer dado fue impar,
- iv) el resultado del segundo dado fue par,
- v) el resultado de por lo menos un dado fue impar,
- vi) los dos dados tuvieron el mismo resultado,
- vii) los dos dados tuvieron diferentes resultados,
- viii) la suma de los dos dados es doce ?

Ejercicio 3. En un taller el 25% de los trabajadores son mecánicos, el 15% electricistas y el 10% tienen ambas especialidades. Se selecciona al azar un trabajador del taller.

- i) Si se sabe que el trabajador seleccionado es mecánico, ¿cuál es la probabilidad de que sea también electricista?
- ii) Si se sabe que el trabajador seleccionado es electricista, ¿cuál es la probabilidad de que sea también mecánico?

Ejercicio 4. Durante el mes de noviembre la probabilidad de llover es de 0.3 y se sabe que el equipo de fútbol A gana un partido en un día de lluvia con probabilidad 0.4 y en un día sin lluvia con probabilidad de 0.7. Si el equipo A ganó un partido en noviembre, ¿Cuál es la probabilidad de que lloviera ese día?

Ejercicio 5. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P})$ un espacio de probabilidad y suponga que todos los conjuntos A_n pertenecen a \mathcal{A} . Pruebe:

- a) Si los A_n son disjuntos y $P(B|A_n) \geq c$ para todo n , entonces $P(B|\cup A_n) \geq c$. (Puede suponer que $P(A_n) > 0 \forall n$).
- b) El ítem a) con "=" en vez de " \geq ".
- c) Si $A_n \supseteq A_{n+1}$ y $P(A_{n+1}/A_n) \leq \frac{1}{2} \forall n$ entonces $P(A_n) \rightarrow 0$.
- d) Si los A_n son disjuntos y $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = \Omega$, entonces $P(B|C) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n|C)P(B|A_n \cap C)$.

Ejercicio 6.

- i) Se extrae, con reposición, una muestra de tamaño cuatro de una urna que contiene 6 bolas, de las cuales 4 son blancas. Sea A el evento "la primera bola extraída es blanca" y sea B el evento "la segunda bola extraída es blanca". ¿Son independientes A y B ?
- ii) Idem pero sin reposición.

Ejercicio 7. El estudiantado de una cierta universidad está compuesto por un 60% de hombres y un 40% de mujeres. Las siguientes proporciones de estudiantes fuman cigarrillos: el 40% de los hombres y el 60% de las mujeres. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante que fume cigarrillo sea hombre? ¿y de que sea mujer?

Ejercicio 8. Un estudio de la conducta después del tratamiento de un gran número de drogadictos, sugiere que la probabilidad de reincidencia dentro de los dos años siguientes al tratamiento podía depender de la educación del trasgresor. Las proporciones del número total de casos que caen dentro de cuatro categorías de educación-reincidencia se presentan a continuación:

Educación	Condición dentro del período de dos años después del tratamiento		Totales
	Reincidente	No reincidente	
10 años o más	0.10	0.30	0.40
9 años o menos	0.27	0.33	0.60
Totales	0.37	0.63	1.00

Supóngase que se selecciona un solo transgresor del programa de tratamiento. Defina los eventos:

A: el transgresor tiene diez años o más de educación.

B: el transgresor reincide dentro del período de los dos años siguientes al tratamiento.

Encuentre las probabilidades de los eventos

(a) A, (b) B, (c) $A \cap B$ ¿ A y B son independientes ?, (d) $\overline{A \cup B}$, (e) del evento A, dado que ocurrió el evento B, (f) del evento B, dado que ocurrió el evento A.

Ejercicio 9. Un bolso contiene 3 monedas, una de las cuales tiene dos caras mientras que las otras dos monedas son normales y no sesgadas. Se escoge una moneda al azar del bolso y se lanza 4 veces la moneda extraída. Si resultó cara las cuatro veces, ¿Cuál es la probabilidad de que ésta sea la moneda de dos caras?

Ejercicio 10. En una fábrica de pernos, las máquinas A,B y C fabrican 25, 35 y 40 por ciento de la producción total, respectivamente. De lo que producen el 5, 4 y 2 por ciento, respectivamente, son defectuosos. Se escoge un perno al azar y se encuentra que es defectuoso ¿Cuál es la probabilidad de que el perno provenga de la máquina A?, B?, C?

Ejercicio 11. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.

a) Si A y B son eventos independientes entonces A y B son excluyentes o disjuntos.

b) Si A y B son sucesos independientes, entonces A^c y B^c son independientes.

Ejercicio 12. Considere los eventos independientes A_1, \dots, A_n .

a) Demuestre que $P(A_1 \cup \dots \cup A_n) = 1 - P(A_1^c)P(A_2^c) \dots P(A_n^c)$.

b) Obtenga la probabilidad de que en seis lanzamientos de un dado legal el número tres aparezca por lo menos una vez.

c) Si A_1, \dots, A_n son eventos independientes tales que $P(A_i) = p_i \forall i$. Determinar la probabilidad de que exactamente k de los eventos ocurran.

Ejercicio 13. Un ladrón está encerrado en una celda con tres puertas A, B y C. Si elige la puerta A para escapar, en dos horas encuentra la puerta de la carcel y escapa. Si elige la puerta B, en tres horas encuentra la puerta de la carcel y escapa, pero si elige la puerta C, da vueltas en la carcel dos horas y vuelve a la celda inicial. Si las puertas A, B y C son elegidas al azar, encuentre la probabilidad de que el ladrón nunca salga de la carcel.

Ejercicio 14. Supongamos cuatro escritorios con dos cajones cada uno. Cada cajón tiene una moneda. Los escritorios "I" y "II" tienen una moneda de oro y una de plata, el escritorio "III" tiene dos monedas de oro y el escritorio "IV" tiene dos monedas de plata. Un escritorio es elegido al azar y se abre un cajón, encontrando en él una moneda de oro. Calcular la probabilidad de que el otro cajón tenga :

- i) una moneda de plata.
- ii) una moneda de oro.